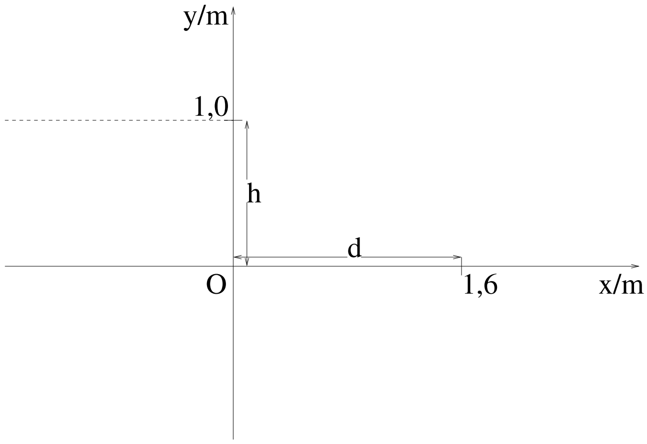
Exame Nacional de Física 12º ano
1ª fase
1ª chamada
9 Julho 2003

Grupo I

	Versão 1	Versão 2
1.	C	D
2.	B	A
3.	C	C
4.	B	B
5.	B	C
6.	D	D

Grupo II

1. Consideremos o seguinte referencial:



1.1 — Na situação A, como o salto é feito na horizontal:

$$\begin{cases} \vec{v}_0 = v_{0x}\vec{e}_x \\ \vec{a} = -g\vec{e}_y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2\,. \end{cases}$$

No instante t_f em que a atleta toca no solo a sua posição é $(d, 0)$. Portanto,

$$\begin{cases} d = v_{0x}t_f \\ 0 = h - \frac{1}{2}gt_f^2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} t_f = \frac{d}{v_{0x}} \\ h = \frac{1}{2}gt_f^2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} t_f = \frac{d}{v_{0x}} \\ h = \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{v_{0x}}\right)^2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} t_f = \frac{d}{v_{0x}} \\ v_{0x}^2 = \frac{gd^2}{2h} \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} t_f = \frac{d}{v_{0x}} \\ v_{0x} = d\sqrt{\frac{g}{2h}}\,. \end{cases}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$v_{0x} = 1,6 \times \sqrt{\frac{10}{2 \times 1,0}} = 3,6\ \mathrm{m\,s^{-1}}\,.$$

1.2 — Como o salto é feito na horizontal:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = -gt \end{cases}$$

Da alínea anterior

$$t_f = \frac{d}{v_{0x}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Longrightarrow v_y = -g\sqrt{\frac{2h}{g}} = -\sqrt{2gh}\,.$$

A velocidade é:

$$\vec{v} = v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y = v_{0x}\vec{e}_x - \sqrt{2gh}\vec{e}_y = 3,6\vec{e}_x - 4,5\vec{e}_y \ \ \mathrm{m\,s^{-1}}\,.$$

O módulo da velocidade é:

$$|\vec{v}| = \sqrt{3,6^2 + 4,5^2} = 5,8 \ \ \mathrm{m\,s^{-1}}\,.$$

1.3 — Do teorema do impulso

$$\vec{F}_{\text{média}}\Delta t = \Delta\vec{p}\,,$$

logo

$$\vec{F}_{\text{média}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{0 - m\vec{v}}{\Delta t} = -\frac{m\vec{v}}{\Delta t} = -3,2\times10^2\vec{e}_x + 4,1\times10^2\vec{e}_y \ \ \mathrm{N}\,.$$

O módulo da força média é:

$$\left|\vec{F}_{\text{média}}\right| = \sqrt{(3,2\times10^2)^2 + (4,1\times10^2)^2} = 5,2\times10^2 \ \ \mathrm{N}\,.$$

1.4 — Na situação B:

$$\begin{cases} \vec{v}_0 = v_{0x}\vec{e}_x + v_{0y}\vec{e}_y = |\vec{v}_0|\left(\cos 30^\circ\vec{e}_x + \sin 30^\circ\vec{e}_y\right) = 3,1\vec{e}_x + 1,8\vec{e}_y \ \ \mathrm{m\,s^{-1}} \\ \vec{a} = -g\vec{e}_y\,, \end{cases}$$

pelo que as equações do movimento são:

$$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \iff \begin{cases} t = \frac{x}{v_{0x}} \\ y = y_0 + v_{0y}\left(\frac{x}{v_{0x}}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2 \end{cases} \iff$$

$$\iff \begin{cases} t = \frac{x}{v_{0x}} \\ y = y_0 + \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)x - \frac{g}{2v_{0x}^2}x^2\,. \end{cases}$$

Quando a atleta atinge o solo, $y = 0$. Substituindo os valores numéricos

$$0 = 1 + \tfrac{1,8}{3,1}x - \tfrac{10}{2\times3,1^2}x^2 \iff$$
$$\iff x^2 - 1,12x - 1,92 = 0 \iff$$
$$\iff x = \tfrac{1,12\pm\sqrt{1,12^2+4\times1,92}}{2} = 2,1 \ \mathrm{m}\,.$$

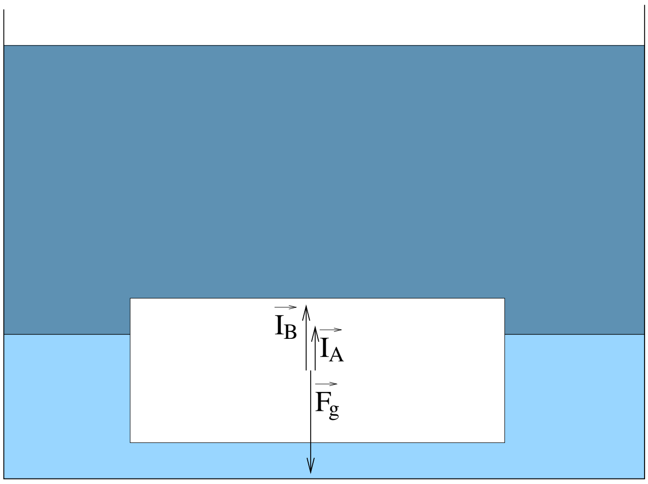
A outra solução não tem significado físico. Conclui-se, portanto, que a atleta cai mais longe do que na situação A.

1.5 — Quando a atleta flecte as pernas, amortecendo a colisão, o tempo durante o qual actua a força de paragem exercida pelo solo sobre a atleta é maior do que no caso em que o contacto é feito em "pancada seca", sem flexão das pernas. Em ambos os casos, a variação da quantidade de movimento da atleta é idêntica, mas a força exercida sobre a atleta quando ela flecte as pernas é menor, pois

$$\left|\vec{F}_{\text{média}}\right| = \frac{|\Delta\vec{p}|}{\Delta t}\,.$$

2.

2.1 —



$$\Delta p = p_{\text{fundo recipiente}} - p_0 = (\rho_A g h_A + \rho_B g h_B + p_0) - p_0 =$$
$$= \rho_A g h_A + 1,2 \times \rho_A \times g \times 0,5 \times h_A = \rho_A g h_A + 0,6 \times \rho_A g h_A =$$
$$= 1,6 \rho_A g h_A = 1,28 \times 10^3 \text{ Pa}.$$

2.2 — Uma vez que o corpo se encontra em equilíbrio a resultante das forças que actuam nele é zero, logo

$$\vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{F}_g = 0\,,$$

em que $\vec{I}_A$ e $\vec{I}_B$ são as impulsões exercidas pelos líquidos A e B no corpo e V_{iA}, V_{iB} os volumes do corpo imersos nos líquidos A e B, respectivamente. Escalarmente, podemos escrever

$$I_A + I_B - m_C g = 0 \iff \rho_A g V_{iA} + \rho_B g V_{iB} = \rho_C g V\,.$$

Como $V_{iA} = \frac{1}{4}V$ e $V_{iB} = \frac{3}{4}V$,

$$\frac{1}{4}\rho_A + \frac{3}{4}\rho_B = \rho_C \iff \rho_C = \frac{1}{4}\rho_A + \frac{3}{4} \times 1,2\rho_A = 1,15\rho_A = 0,9 \text{ g cm}^{-3}\,.$$

2.3 — A pressão exercida no fundo do recipiente pelo líquido C é:

$$p_C = \rho_C g h_C = \rho_C g\,(h_A + h_B)\,.$$

A pressão exercida no fundo do recipiente pelos dois líquidos A e B é:

$$p_A + p_B = \rho_A g h_A + \rho_B g h_B\,.$$

Igualando as duas expressões:

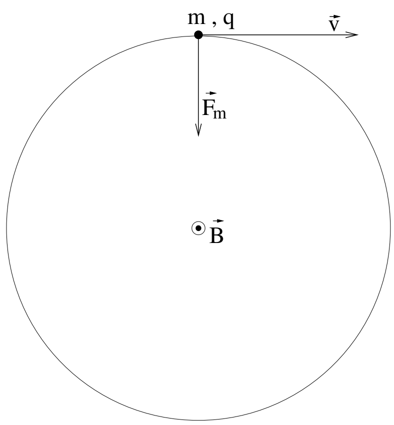
$$\rho_C g\,(h_A + h_B) = \rho_A g h_A + \rho_B g h_B \iff$$
$$\rho_C \left(h_A + \tfrac{1}{2}h_A\right) = \rho_A h_A + 1,2\rho_A \times 0,5 h_A$$

logo

$$\frac{\rho_C}{\rho_A} = \frac{h_A + 0,6h_A}{1,5h_A} = \frac{1,6}{1,5} = 1,1\,.$$

3.

3.1 — A figura ilustra o caso de uma partícula com carga positiva.



$$\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

Como $\vec{v} \perp \vec{B} \implies \left|\vec{F}_m\right| = qvB$. Por outro lado, $\vec{F}_m \perp \vec{v}$, pelo que a força de Lorentz é centrípeta e o movimento é circular uniforme. Assim, a aceleração da partícula é

$$\vec{a} = \omega^2 r\ \vec{e}_n,$$

onde $\vec{e}_n$ é um versor normal à circunferência descrita pela partícula, dirigido para o seu centro. De

$$\vec{F}_m = m\vec{a}$$

conclui-se que

$$qvB = m\omega^2 r.$$

Como no movimento circular $v = \omega r$,

$$q\omega r B = m\omega^2 r \Longrightarrow \omega = \frac{qB}{m}.$$

Sendo $\omega = 2\pi/T$,

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m} \Longleftrightarrow T = 2\pi\frac{m}{qB}.$$

3.2 — A afirmação está errada. Sendo o movimento circular uniforme ($\vec{F}_m \perp \vec{v}$), o vector velocidade *não* é constante, variando em direcção, embora o seu módulo seja constante. Por isso o movimento é acelerado, sendo a aceleração centrípeta. A componente tangencial da aceleração é nula.

3.3 —

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m}$$

Substituindo os valores numéricos,

$$\omega = \frac{1,60 \times 10^{-19} \times 0,50}{1,67 \times 10^{-27}} = 4,79 \times 10^{7} \ \ \text{rad s}^{-1}.$$

3.4 —

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2.$$

$$\frac{E_{c,2}}{E_{c,1}} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{4r_1^2}{r_1^2} = 4.$$

Grupo III

1.

1.1 —

$$h = \frac{1}{2}a_c t^2 \Longleftrightarrow a_c = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \times 8,0 \times 10^{-1}}{(15,1)^2} = 7,0 \times 10^{-3} \ \text{m s}^{-2}$$

1.2 — A aceleração linear do corpo C e a de um ponto na periferia da roldana A são idênticas, uma vez que estão ligados por um fio inextensível:

$$a_A = a_C.$$

Por outro lado, $a_A = \alpha r_A$, onde α é a aceleração angular comum da roldana A e do disco D. Portanto,

$$\alpha = \frac{a_A}{r} = \frac{a_C}{r} = \frac{7,0 \times 10^{-3}}{1,25 \times 10^{-2}} = 0,56 \ \text{rad s}^{-2}.$$

2.

2.1 — As forças que actuam no corpo C são a tensão $\vec{T}$ do fio e o seu peso $\vec{P_c}$. Portanto,

$$\vec{P_c} + \vec{T} = m_c\vec{a}_c.$$

Como o movimento é na vertical, projectamos estes vectores num eixo vertical, com o sentido do movimento do corpo C:

$$P_C - T = m_C\, a_C \Longleftrightarrow T = P_C - m_c a_C = m_C\,(g - a_C)\,.$$

Substituindo os valores numéricos,

$$T = 20,0 \times 10^{-3} \times \left(9,8 - 7,0 \times 10^{-3}\right) = 0,20 \ \text{N}.$$

Notar que a_C é desprezável face a g, tendo em conta a precisão do valor de g (2 algarismos significativos).

2.2 —

$$\vec{M} = \vec{r}_O \times \vec{T},$$

onde $\vec{r}_O$ é o vector posicional do ponto da periferia da roldana A onde está aplicada a tensão $\vec{T}$, em relação ao centro da roldana (ponto O). Como $\vec{r}_O \perp \vec{T} \implies \left|\vec{M}\right| = r_O T = 0,20 \times 1,25 \times 10^{-2} = 2,5 \times 10^{-3}$ N m.

3.

$$M = I\alpha$$

$$I = \frac{M}{\alpha} = \frac{2,5 \times 10^{-3}}{0,56} = 4,5 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg\,m^2}.$$

4.

$$I = \frac{1}{4}mr^2 = \frac{1}{4} \times 1,50 \times \left(1,14 \times 10^{-1}\right)^2 = 4,87 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg\,m^2}.$$

O desvio percentual do momento de inércia determinado experimentalmente em relação ao valor previsto é:

$$\frac{I_{\mathrm{exp}} - I}{I} = -7,6\%.$$

Sociedade Portuguesa de Física, 9 de Julho de 2003