

12.^o ano - Física - 2002

Ponto 115 - 2.^a chamada

	I	
	Versão 1	Versão 2
1.	(B)	(D)
2.	(C)	(C)
3.	(A)	(B)
4.	(B)	(A)
5.	(A)	(E)
6.	(B)	(C)

II

- 1.
- 1.1

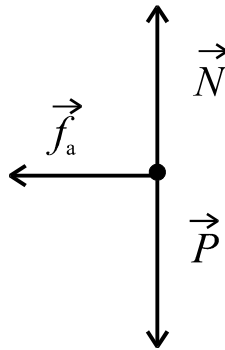


Figura 1:

Legenda:

\vec{N} - reacção normal (força aplicada pela calha no corpo);

\vec{f}_a - força de atrito (força aplicada pela calha no corpo);

\vec{P} - peso do corpo (força aplicada pela Terra no corpo).

- 1.2.

Das forças que actuam sobre o corpo no percurso AB, só a força de atrito *não* é perpendicular à trajectória e portanto só esta efectua trabalho sobre o corpo. Recorrendo ao teorema da energia cinética, a variação da energia cinética do corpo, ΔE_C , entre dois pontos é igual ao trabalho da resultante das forças que nele actuam entre esses dois pontos, ou

$$\begin{aligned}\Delta E_C &= W_{f_a}, \\ &= -f_a \ell_{AB}\end{aligned}$$

em que W_{f_a} é o trabalho realizado pela força de atrito no percurso entre A e B, ℓ_{AB} . (Esta última expressão não é pedida). A variação da energia cinética do corpo entre A e B é

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2),$$

em que m é a massa do corpo e v_A e v_B os módulos das velocidades do corpo, respectivamente, nos pontos A e B, ou

$$\begin{aligned}W_a &= \Delta E_C \\&= \frac{1}{2}0,500 \times (3,00^2 - 5,00^2) \\&= -4,00 \text{ J.}\end{aligned}$$

1.3

No percurso circular a velocidade do corpo diminui em módulo, devido à força gravítica que agora realiza trabalho sobre este, fazendo variar a sua energia cinética. O trabalho da força gravítica é igual ao simétrico da variação da energia potencial gravítica. O corpo inverte o seu movimento no ponto em que a sua energia cinética é momentaneamente nula. Se W_P é o trabalho da força gravítica e ΔE_P a variação da energia potencial gravítica, temos, no percurso circular,

$$\begin{aligned}\Delta E_C &= W_P \\&= -\Delta E_P \\&= -mgh.\end{aligned}$$

A altura h do ponto P_2 é dada então por

$$\begin{aligned}h_{P_2} &= -\frac{(0 - E_{C_B})}{mg} \\&= -\frac{-\frac{1}{2}mv_B^2}{mg} \\&= \frac{v_B^2}{2g} \\&= \frac{3,00^2}{2 \times 10} \\&= 0,45 \text{ m.}\end{aligned}$$

A altura do ponto P_2 pode também ser obtida por

$$h_{P_2} = R(1 - \cos \theta),$$

em que R é o raio da trajectória circular e θ é o ângulo entre a linha que une este ponto ao centro da trajectória e a vertical. Utilizando $R = 1,00$ m, obtemos

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{1,00 - h_{P_2}}{1,00} \\&= 1,00 - 0,45 \\&= 0,55\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}\theta &= \arccos 0,55 \\&= 56,6^\circ,\end{aligned}$$

que é o ângulo indicado na figura.

2.

2.1.

2.1.1. As coordenadas do centro de massa do sistema (A + B) são dadas pelas equações

$$\begin{aligned}x_{\text{CM}} &= \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B} \\y_{\text{CM}} &= \frac{m_A y_A + m_B y_B}{m_A + m_B}\end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}x_{\text{CM}} &= \frac{4,0 \times 0 + 1,0 \times 2}{4,0 + 1,0} = 0,40 \text{ m} \\y_{\text{CM}} &= \frac{4,0 \times 0 + 1,0 \times 0}{4,0 + 1,0} = 0,0 \text{ m}.\end{aligned}$$

2.1.2. A velocidade do centro de massa do sistema é dada pela equação

$$\vec{v}_{\text{CM}} = \frac{m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}{m_A + m_B},$$

em que \vec{v}_A e \vec{v}_B são as velocidades instantâneas dos corpos A e B, respectivamente. Substituindo valores,

$$\begin{aligned}\vec{v}_{\text{CM}} &= \frac{4,0 \times 3,0 \vec{e}_x + 1,0 \times 2,0 \vec{e}_y}{5,0} \\&= 2,4 \vec{e}_x + 0,4 \vec{e}_y \text{ (m s}^{-1}\text{)}.\end{aligned}$$

2.2. 1.º método: Determinamos as velocidades individuais de cada corpo e em seguida utilizamos a equação anterior para calcular a velocidade do centro de massa do sistema.

Sobre o corpo A não actua nenhuma força, pelo que a sua velocidade se mantém, $\vec{v}_A = 3,0 \vec{e}_x$.

Sobre o corpo B actua a força constante $\vec{F}_B = -4,0 \vec{e}_y$. Consequentemente,

$$\begin{aligned}\vec{v}_B &= \vec{v}_{B_0} + \frac{\vec{F}_B}{m_B} t \\&= 2,0 \vec{e}_y + \frac{-4,0 \vec{e}_y}{1,0} \times 0,50 \\&= 0,0 \vec{e}_y \text{ (m s}^{-1}\text{)}.\end{aligned}$$

E a velocidade do centro de massa nesse instante é

$$\begin{aligned}\vec{v}_{\text{CM}} &= \frac{4,0 \times 3,0 \vec{e}_x + \vec{0}}{5,0} \\&= 2,4 \vec{e}_x \text{ (m s}^{-1}\text{)}.\end{aligned}$$

2.º método (mais elegante). Utiliza-se o facto de a aceleração do centro de massa poder ser calculada como se a resultante das forças exteriores ao sistema

estivesse aplicada nesse ponto e a massa do sistema ali estivesse concentrada. Então,

$$\vec{a}_{\text{CM}} = \frac{\vec{F}_{\text{ext}}}{M}.$$

Mas a única força exterior que actua no sistema é $\vec{F}_{\text{B}} = -4,0 \vec{e}_y$, e a massa total do sistema é $M = 5,0$ kg. Consequentemente, a velocidade do centro de massa após $t = 0,5$ s a partir do instante inicial é

$$\begin{aligned} \vec{v}_{\text{CM}} &= \vec{v}_{\text{CM}_0} + \vec{a}_{\text{CM}} t \\ &= 2,4 \vec{e}_x + 0,4 \vec{e}_y + \frac{-4,0 \vec{e}_y}{5,0} \times 0,5 \\ &= 2,4 \vec{e}_x \text{ (m s}^{-1}\text{)}. \end{aligned}$$

3.

3.1.

3.1.1 O corpo A está em equilíbrio sujeito à tensão do fio \vec{T}_{A} , à força eléctrica \vec{F}_{e} e ao seu peso \vec{P}_{A} . Todas estas forças têm a linha de acção vertical, a primeira aponta para cima e a terceira para baixo. O sentido da força eléctrica é determinado pela condição de equilíbrio. Tomando como sentido positivo o sentido “para cima” (sentido positivo do eixo dos y da figura), a condição de equilíbrio é

$$T_{\text{A}} - P_{\text{A}} + F_{\text{e}} = 0.$$

Se o valor de F_{e} for positivo, a força \vec{F}_{e} aponta para cima, e se for negativo aponta para baixo. Obtemos, substituindo valores,

$$\begin{aligned} F_{\text{e}} &= P_{\text{A}} - T_{\text{A}} \\ &= m_{\text{A}} g - T_{\text{A}}. \end{aligned}$$

Por outro lado, o corpo B está em equilíbrio sujeito à tensão do fio \vec{T}_{B} e ao seu peso \vec{P}_{B} , de onde

$$T_{\text{B}} = P_{\text{B}}.$$

Mas a tensão do fio é, em valor absoluto, igual em todos os pontos do fio, porque o sistema está em repouso, de onde $T_{\text{A}} = T_{\text{B}}$ e

$$\begin{aligned} F_{\text{e}} &= m_{\text{A}} g - T_{\text{B}} \\ &= m_{\text{A}} g - m_{\text{B}} g \\ &= (0,040 - 0,100) \times 10 \\ &= -0,60 \text{ N}. \end{aligned}$$

Concluimos, assim, que a força eléctrica tem o sentido para baixo, isto é

$$\vec{F}_{\text{e}} = -0,60 \vec{e}_y \text{ (N)}.$$

3.1.2. Utilizando a expressão

$$\vec{F}_{\text{e}} = q\vec{E},$$

obtemos

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{\vec{F}_e}{q} \\ &= \frac{-0,600}{-20 \times 10^{-6}} \vec{e}_y \\ &= 3,0 \times 10^4 \vec{e}_y \text{ (V m}^{-1}\text{)}.\end{aligned}$$

3.1.3. Como o campo eléctrico aponta para cima, a placa inferior (S) está a um potencial mais elevado, isto é, $V_S > V_R$.

3.2.

3.2.1 Como a força eléctrica apontava para baixo, uma vez anulada o corpo A vai mover-se para cima e portanto a roldana mover-se-á no sentido horário. Consequentemente, o corpo B desce.

3.2.2. A aceleração do corpo B é obtida através da equação que traduz a 2.^a lei de Newton aplicada a este corpo:

$$m_B \vec{a}_B = \vec{T}_B + \vec{P}_B.$$

Tomando como sentido positivo do movimento do corpo B o sentido para baixo, esta equação assume a forma escalar

$$m_B a_B = -T_B + P_B.$$

Por outro lado, a equação que traduz a 2.^a lei de Newton aplicada ao corpo A é

$$m_A \vec{a}_A = \vec{T}_A + \vec{P}_A.$$

Tomando como sentido positivo do movimento do corpo A o sentido para cima, esta equação assume a forma escalar

$$m_A a_A = T_A - P_A.$$

Mas $T_B = T_A$ e, com os sentidos que escolhemos $a_A = a_B$, de onde

$$\begin{aligned}m_B a_B &= -P_A + P_B - m_A a_B \\ a_B &= \frac{P_B - P_A}{m_A + m_B} \\ &= \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} g \\ &= \frac{0,100 - 0,040}{0,140} \times 10 \\ &= 4,3 \text{ m s}^{-2}\end{aligned}$$

ou seja

$$|\vec{a}_B| = 4,3 \text{ m s}^{-2}.$$

1. A diferença de pressão entre dois pontos do líquido separados pela altura h é dada pela lei fundamental da hidrostática:

$$\Delta p = \rho gh,$$

em que ρ é a massa volúmica do líquido. Como o manómetro foi ajustado para se ler zero à pressão atmosférica (que é a pressão na superfície livre do líquido) esta expressão pode escrever-se na forma

$$p = \rho gh,$$

em que p é a pressão num ponto do interior do líquido à profundidade h a partir da superfície livre. Vemos assim que o declive da recta experimental dá-nos o valor da massa volúmica do líquido vezes a aceleração da gravidade. Calculamos o valor mais provável da massa volúmica utilizando dois pontos quaisquer da recta que melhor traduz os resultados experimentais (e que se supõe ser a da figura), por exemplo o ponto correspondente a $h = 12$ cm e a origem. Obtemos assim,

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{p}{gh} \\ &= \frac{1,32 \times 10^3}{9,80 \times 0,12} \\ &= 1,12 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}. \end{aligned}$$

2.

2.1. Utilizando os dados da tabela, obtemos:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{p_1}{gh_1} = \frac{0,42 \times 10^3}{9,80 \times 0,040} = 1,07 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} & \Delta\rho_1 &= -0,05 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \\ \rho_2 &= \frac{p_2}{gh_2} = \frac{0,90 \times 10^3}{9,80 \times 0,080} = 1,15 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} & \Delta\rho_2 &= 0,03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \\ \rho_3 &= \frac{p_3}{gh_3} = \frac{1,31 \times 10^3}{9,80 \times 0,120} = 1,11 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} & \Delta\rho_3 &= -0,01 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \\ \rho_4 &= \frac{p_4}{gh_4} = \frac{1,78 \times 10^3}{9,80 \times 0,160} = 1,14 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} & \Delta\rho_4 &= 0,02 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \\ \rho_5 &= \frac{p_5}{gh_5} = \frac{2,21 \times 10^3}{9,80 \times 0,200} = 1,13 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} & \Delta\rho_5 &= 0,01 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \end{aligned}$$

2.2 Com base nos valores da tabela, adoptamos como valor mais provável da massa volúmica da solução o valor médio dos cinco resultados obtidos:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{med}} &= \frac{1,07 + 1,15 + 1,11 + 1,14 + 1,13}{5} \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \\ &= 1,12 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \end{aligned}$$

Indicámos em 2.1 os valores dos desvios em relação ao valor médio. O maior desvio, em módulo, em relação ao valor médio é $0,05 \times 10^3$ Pa, que adoptamos como valor da incerteza absoluta da medida efectuada. Apresentamos o resultado na forma:

$$\rho = (1,12 \pm 0,05) \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}.$$

3. É igual. Com efeito, a pressão resultante exclusivamente da solução é igual nos dois casos porque depende apenas da altura do líquido, que é a mesma (20 cm). A força de pressão exercida no fundo do recipiente é igual ao produto da pressão pela área do fundo do recipiente. Esta área também é igual nos dois casos. Consequentemente a força de pressão exercida exclusivamente pela solução no fundo do recipiente B é igual à força de pressão exercida exclusivamente pela solução no fundo do recipiente A.