Comentário ao Exame de Matemática 12º ano (435)

A Direcção da Associação de Professores de Matemática acha importante lembrar algumas das características que qualquer exame apresenta, contextualizando a sua importância.

Em primeiro lugar, não pode ser considerado como o único momento de avaliação. Aliás, como é que em 2 horas se pretende avaliar o trabalho desenvolvido ao longo de todo o ensino secundário? Em segundo lugar, o facto de o exame ser uma prova escrita de duração limitada possibilita a avaliação de alguns aspectos, ao mesmo tempo que impossibilita a avaliação de outros, reconhecidos nos actuais programas e valorizados pela educação matemática. De facto, todos os aspectos que necessitem de oralidade ficam de fora (comunicar conceitos e ideias, expressar raciocínios oralmente…), assim como os objectivos relacionados com valores e atitudes (a persistência, a cooperação com outros etc.).

O processo de modelação matemática que engloba recolher dados, formular e testar hipóteses e tirar conclusões, bem como aspectos de História da Matemática, situações transversais a todo o programa de Matemática do ensino secundário, são também temas que o exame não consegue avaliar, além de não ser possível trabalhar situações de investigação e exploração de problemas que impliquem mais tempo que o do exame.

Muitos outros objectivos ficam por avaliar, dos quais se destacam os seguintes: formular generalizações a partir de experiências; descobrir relações entre conceitos de Matemática; validar conjecturas; compreender a relação entre o avanço científico e o progresso da humanidade, para citar apenas alguns.

Não podendo ser o que não é, pode dizer-se que este exame é uma prova compatível com o programa e com as suas orientações de gestão. Está dimensionado para o tempo destinado à sua resolução e o grau de dificuldade é aceitável. As questões estão formuladas com clareza.

A Direcção da Associação de Professores de Matemática

PROPOSTA DE CORRECÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA (435)

Grupo I

Questões	1	2	3	4	5	6	7
Versão 1	A	D	B	D	C	A	A
Versão 2	D	C	A	C	B	C	C

Grupo II

(Proposta de resolução)

1.1.

$$z_1 = \rho \operatorname{cis}\theta$$
$$\rho = |z_1| = 2\sqrt{2}$$
$$\operatorname{tg}\theta = \frac{-2}{2} = -1, \quad \theta \in 4^{\text{o}} \text{ Quadrante}$$

logo

$$z_1 = 2\sqrt{2}\operatorname{cis}\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}\operatorname{cis}\left(\frac{7\pi}{4}\right)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\operatorname{cis}\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{5\pi}{4}\right) = 2\operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2i.$$

1.2. Raio da circunferência: $|z_1 - z_3| = |3 - 3i| = 3\sqrt{2}$.

Condição em $\mathbb{C}$: $|z - z_1| = |z_1 - z_3|$, ou seja, $|z - z_1| = 3\sqrt{2}$.

2.1. Uma hora e trinta minutos da tarde corresponde a $t = 13,5$

$$P(13,5) = 1 - \frac{\ln(14,5)}{14,5}$$

donde, $P(13,5) \approx 0,8$.

2.2. Atendendo às condições do enunciado, o tempo pedido corresponde ao intervalo de tempo no qual a função $P(t)$ é decrescente.

$$P'(t) = \frac{\ln(t+1) - 1}{(t+1)^2}$$

Consequentemente, $P'(t) = 0 \Leftrightarrow \ln(t+1) = 1 \Leftrightarrow t = e - 1$.

t	0	$e{-}1$	24
$P'(t)$	$-$	0	$+$
$P(t)$	$\searrow$	min	$\nearrow$

$t = e - 1 \approx 1,718$.

O purificador de ar esteve ligado aproximadamente 1 hora e 43 minutos.

3.1. A área pedida é igual à diferença entre a área do trapézio $[ACEG]$ e a área do triângulo $[BCE]$ sendo calculada, portanto, a partir de

$$\frac{(\overline{AG} + \overline{CE}) \times \overline{AC}}{2} - \frac{\overline{BC} \times \overline{CE}}{2} = \frac{(2 + 2\,\text{sen}\,x) \times (2 + 2\cos x)}{2} - \frac{2\cos x \times 2\,\text{sen}\,x}{2} =$$

$$= (1 + \text{sen}\,x)(2 + 2\cos x) - 2\cos x\ \text{sen}\,x = 2 + 2\,\text{sen}\,x + 2\cos x =$$

$$= 2(1 + \text{sen}\,x + \cos x).$$

3.2.

$$A(0) = 2(1 + \text{sen}\,0 + \cos 0) = 4$$

.

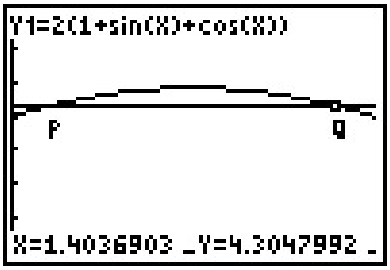
Para $x = 0$ os pontos C, D e E são coincidentes, correspondendo o polígono $[ABEG]$ ao triângulo $[ADG]$, em que a base mede 4 e a altura mede 2, logo, de área 4.

$$A\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\left(1 + \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = 4.$$

Para $x = \pi/2$, E coincide com F e Ccom B: o polígono $[ABEG]$ corresponde ao quadrado $[ABFG]$, de lado 2, logo, de área 4.

3.3. $A(x) = 4,3$

Os valores pedidos são as abcissas dos pontos de intersecção dos gráficos das funções $A(x)$ e $y = 4,3$. Inseridas estas funções na calculadora gráfica, percorre-se o gráfico de $A(x)$ com o comando apropriado até se obter um valor aproximado de cada uma das abcissas pretendidas.



A aproximação pode ser melhorada mediante a consulta da tabela de $A(x)$ na vizinhança dessas abcissas. Os valores pedidos, arredondados às décimas, são $0,2$ e $1,4$.