Proposta de Resolução do Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais
Cod. 835 – 1ª Fase 2009

1.

1.1. Distribuição dos 9 mandatos aplicando o método de Hondt:

Divisores \ Votos	A: 454	B: 438	C: 49	D: 463	E: 29
1	454	438	49	463	29
2	227	219	24.5	231.5	14.5
3	151.33	146	16.33	154.33	9.67
4	113.5	109.5	12.25	115.75	7.25

Por observação da tabela podemos concluir que os partidos A, B e D conquistam 3 mandatos cada.

Distribuição dos 9 mandatos aplicando o método de Hamilton:

- Cálculo do Divisor Padrão:

$$\frac{\text{Número total de votos}}{\text{Número de mandatos}}=\frac{454+438+49+463+29}{9}=\frac{1433}{9}\approx 159{,}22 \quad (2\ c.d.)$$

Partido	Número de votos	Quota Padrão	Parte Inteira	Ordenação das partes decimais por ordem decrescente	Mandatos a acrescentar	Total de mandatos
A	454	2.85	2	2º	1	3
B	438	2.75	2	3º	1	3
C	49	0.31	0	4º		0
D	463	2.91	2	1º	1	3
E	29	0.18	0	5º		0
Total	1433	----	6	----	3	9

R.: Com o método de Hamilton a distribuição dos mandatos pelas listas concorrentes de facto coincide com a distribuição produzida pelo método de Hondt. Os partidos A, B e D conquistam em ambos os casos três mandatos cada.

2. A pontuação obtida por cada um dos candidatos é a seguinte:

Nuno - $25 \times 4 + 40 \times 2 + 15 \times 4 + 10 \times 3 + 5 \times 3 = 285$ pontos

Pedro - $25 \times 1 + 40 \times 4 + 15 \times 1 + 10 \times 4 + 5 \times 4 = 260$ pontos

Ana - $25 \times 3 + 40 \times 1 + 15 \times 2 + 10 \times 2 + 5 \times 1 = 170$ pontos

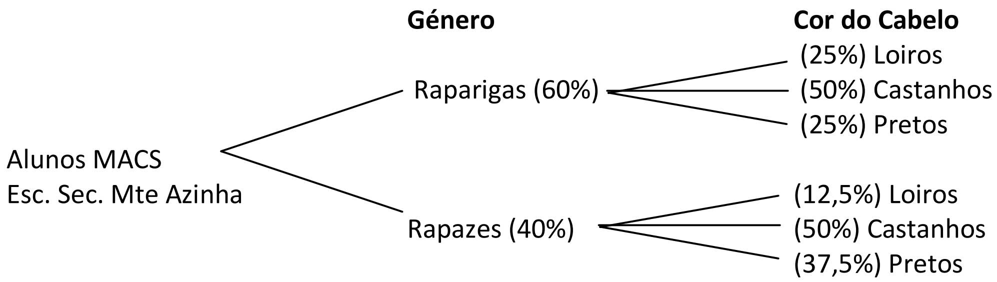
Inês - $25 \times 2 + 40 \times 3 + 15 \times 3 + 10 \times 1 + 5 \times 2 = 235$ pontos

Obs: 1ª preferência - 4 pontos; 2ª preferência - 3 pontos; 3ª preferência - 2 pontos;
4ª preferência - 1 ponto

Concluímos que o Nuno é o candidato vencedor com 285 pontos.

3.

3.1.



A probabilidade da pessoa escolhida ter cabelo loiro é dada por $0{,}60 \times 0{,}25 + 0{,}40 \times 0{,}125 = 0{,}2$. Ou seja, 20%

3.2. Designe-se por:

- $P(F|P)$ - probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ser rapariga, sabendo que tem cabelo preto;
- $P(F \cap P)$ - probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ser uma rapariga com cabelo preto;
- $P(P)$ - probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter cabelo preto

Tem-se:

$$P(F|P) = \frac{P(F \cap P)}{P(P)} = \frac{0{,}60 \times 0{,}25}{0{,}60 \times 0{,}25 + 0{,}40 \times 0{,}375} = \frac{0{,}15}{0{,}30} = 0{,}50$$

Ou seja, 50%.

4.

4.1. Introduzindo os valores nas listas da calculadora:

L1	L2
1250	425
2800	600
1900	550
1650	425
1300	400
1800	575
1200	375
2500	600
1350	375
2100	550
1200	350
1500	400

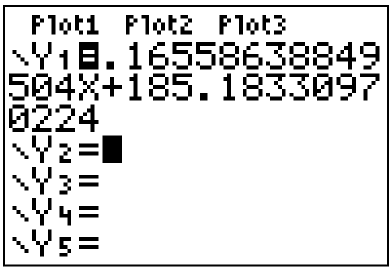
Obtém-se o seguinte valor para o coeficiente de correlação linear: $r \approx 0{,}9$

O que indica uma associação linear positiva forte, uma vez que o valor de $\boldsymbol{r}$, sendo positivo, se encontra muito próximo do valor máximo possível 1.

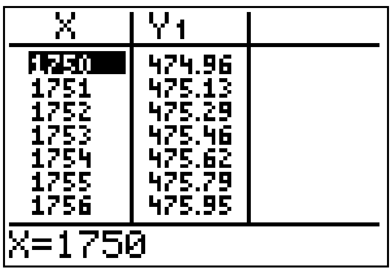
4.2.1. Determinando na calculadora a regressão linear a partir dos dados inseridos nas listas já indicadas, obtém-se:

$$a \approx 0{,}1656$$
$$b \approx 185{,}1833$$

4.2.2. Definindo no editor de funções da calculadora a expressão da recta de regressão encontrada na alínea anterior:



Consultando a tabela associada,



Vemos que para o valor de $x = 1750$ corresponde um valor de $y = \ 474{,}96$

Podemos então estimar que as despesas de alimentação de um agregado familiar cujo rendimento mensal é de € 1750, é de cerca de € 475

4.3. Utilizando os dados já introduzidos na lista L1 da calculadora em **4.1.**, obteve-se para o rendimento mensal dos doze agregados familiares a média amostral € 1 712,5 e mediana € 1 575.

Alterando apenas na segunda linha de L1 o valor 2800 para 8000, encontrou-se para a nova média amostral € 2 145,83 e o valor da mediana manteve-se em € 1 575.

A medida que acusa a modificação dos dados é a média, tendo consequentemente sofrido alteração quando um dos dados se aumentou significativamente. A média é sensível mesmo quando se trata da alteração de apenas um dos dados. Já a mediana, em ambas as situações, traduz que 50 % dos rendimentos mensais dos agregados familiares se situam acima e abaixo de €1 575. A mediana permaneceu inalterável, mesmo após a diferença introduzida sobre o rendimento mensal do agregado do António, é portanto uma medida mais resistente.

4.4. O intervalo pedido é dado pela expressão $\left] \bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}\, , \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} \right[$

onde
$\bar{x} = 270;$
$s = 100;$
$n = 50$

Como o nível de confiança pedido é 95%, z tomará o valor de 1,960.
Donde:

$$\left] 270 - 1{,}960 \times \frac{100}{\sqrt{50}}\, , 270 + 1{,}960 \times \frac{100}{\sqrt{50}} \right[$$

Ou seja,] 242,28 ; 297,72 [

5.

5.1.

	Vencimento na situação A (€)	Vencimento na situação B (€)
1º mês	1 280,00	450,00
2º mês	1 280,00	495,00
3º mês	1 280,00	544,50
4º mês	1 280,00	598,95

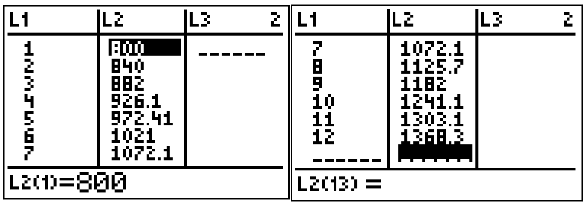
5.2.

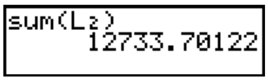
Para se saber, qual das situações, situação A ou situação C, é mais vantajosa para o Manuel, tem de se determinar o total de dinheiro recebido, durante cinco anos, em cada um dos casos.

Comece-se por determinar o valor do vencimento do 12º mês:

Situação A	**Situação C**
€1 280	$800 \times 1{,}05^{12-1}$, ou seja, de €1 368,27

Determine-se a soma total dos vencimentos a receber desde o 1º mês do 1º ano até ao último mês do 1º ano:

<table>
<tr><th>Situação A</th><th>Situação C</th></tr>
<tr><td>12 x 1280, ou seja, €15 360</td><td>




Ao fim dos 12 primeiros meses receberia :
€12 733,70</td></tr>
</table>

Finalmente calculem-se os valores finais, ou seja, a soma total dos vencimentos a receber desde o 1º mês do 1º ano até ao último mês do 5ºano , em cada uma das seguintes situações:

Situação A	**Situação C**
15 360 x 5, ou seja €76 800	12 733,70 + 1 368,27 x 4 x 12, o que totaliza: €78 410,66

Se o contrato do Manuel tiver a duração de cinco anos, na situação A receberia €76 800, enquanto que na situação C totalizaria €78 410,66, o que permite concluir que a opção C é mais vantajosa.

5.3.

No primeiro mês, embora o vencimento seja de €1 280, como há uma redução de 17%, efectivamente o Manuel só receberá 83%, ou seja,

$$1280 \times 0,83 = 1062,40.$$

O Manuel recebeu €1 062,40.

PRIMEIRO COMENTÁRIO SOBRE A PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

(código 835/ 17 de Junho de 2009)

1º FASE

A prova está em conformidade com as informações sobre o exame previamente publicadas. É mais extensa, porque mais trabalhosa, que em anos anteriores.
Aborda expressamente os assuntos:
- Métodos de Apoio à decisão (Teoria Matemática das Eleições e Partilha Justa);
- Modelos Matemáticos (Modelos Financeiros);
- Estatística e Probabilidade.

Existem itens de diferentes tipos, a requerer demonstração da capacidade de interpretar enunciados, calcular e usar com vantagem a calculadora, escolher a matemática necessária para enfrentar cada uma das situações apresentadas.
Trata-se de um exame equilibrado, que poderá ser resolvido no tempo de duração estipulado pela generalidade dos alunos, embora a diversos níveis de resolução ou de qualidade nas respostas mais ou menos completas e fundamentadas.
De um modo geral, os enunciados, as instruções e as perguntas estão claramente formuladas.